T.y

N°
....

EXERCICE N°1 (8 points)

Soit le problème aux limites suivant:

$$
\text{(I)} \begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \ , \ 0 < x < 1 , t > 0 & (1) \\ u(x,0) = f(x) \ , \qquad 0 \le x \le 1 & (2) \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 \ , \quad t > 0 & (3) \end{cases}
$$

Supposons: $m = 4$, $\Delta x = h = \dfrac{1}{m} = \dfrac{1}{4}$, $\Delta t = \dfrac{1}{32}$, $f(0) = f(1) = 0$,
$f(0.25) = f(0.75) = 0.177$, $f(0.5) = 0.25$.

1) En discrétisant le problème aux limites (I) par la méthode explicite nous obtenons un système d'équations algébriques dont la $i^{ème}$ équation correspondant à t_{j+1} est donnée par :

$$\cancel{32 \left[U_{i+1,j} - U_{i,j} \right] = 16 \left[U_{i+1,j} - 2U_{i,j} + U_{i-1,j} \right]}$$

$i =$ ......3........ et $j =$ ......3........

Ce système d'équations peut se mettre sous la forme matricielle :

$$
\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots^{*} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}
$$

* valeur numérique

N°
....

EXERCICE N°2 (6 points)

Soit le problème à la condition initiale suivant : **(I)** $\begin{cases} \dfrac{dy(t)}{dt} = (t+1)^2 - y \\ y(0,1) = 0,105 \end{cases}$

a) En utilisant la méthode d'Euler modifiée, nous obtenons l'expression de l'approximation de la solution exacte $y(t)$ du problème (I) à l'instant $t = 0,2$:

$y(0,2) \approx$ ....

a) En effectuant les calculs, nous obtenons :

$y(0,2) \approx$ ....

EXERCICE N°3 (6 points)

Sachant x et k, développer un algorithme qui calcule :

$$P = \frac{(x-1)(x-2)\ldots(x-(k-1))(x-(k+1))\ldots(x-n)}{(1)(2).(3)\ldots.(k-1)(k+1)\ldots(n)}$$
