

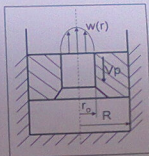
Exercice N° 1 (6pts)

Un piston se déplace avec une vitesse V_p dans un cylindre rempli de l'huile (voir figure). La variation de vitesse $w(r)$ de l'huile à la sortie de la surface supérieure est donnée par :

$$w(r) = W_0 \left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)$$

Déterminer la vitesse maximale W_0

On donne : $r_0, R, V_p, \rho = cste$



Exercice N : 2 (7pts)

On étudie l'écoulement d'un fluide dans un canal souterrain entre deux parois poreuses. Le fluide est visqueux de masse volumique ρ et de viscosité dynamique μ . *Le fluide est un fluide newtonien.*

Les parois sont distantes d'une distance a et l'écoulement est supposé bidimensionnel. On admet qu'il existe un écoulement constant u entre les deux parois, tandis qu'il existe un autre courant parallèle à Ox_1 , noté $U(x_2)$.

Le vecteur vitesse d'une particule fluide est donc donné par : $V(x_1, x_2) = U(x_2)e_1 + ue_2$.

Le fluide est incompressible, l'écoulement est instationnaire et l'on a $U(0) = U(a) = 0$.

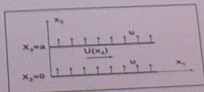
1) Ecrire les équations de Navier-Stokes du problème

2) Montrer que le gradient de pression vaut :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial x_1} = G = Cste \end{cases}$$

3) Montrer que $U(x_2)$ vérifie l'équation : $\nu \frac{d^3 U}{dx_2^3} - u \frac{dU}{dx_2} = -\frac{G}{\rho}$

4) Ecrire la solution de cette équation. Commenter les résultats. Quels sont les paramètres physiques du problème.



Exercice n°3 : (7pts)

Un tube circulaire de rayon R_B est connecté à droite d'une conduite plus large de rayon R_A . Le tube de Pitot est utilisé afin d'obtenir le profil de la vitesse dans la conduite (A), les mesures indiquent que :

Durée : 1H, 30mn

$$V = 2\beta \left[1 - \left(\frac{r}{R_A} \right)^2 \right]$$

- 1- Le fluide qui circule étant un gaz considéré incompressible, Trouvez la vitesse moyenne V_A dans la section (A), en déduire la vitesse maximale dans la même conduite.
- 2- Une fois que le fluide pénètre dans le tube B, le comportement des paramètres change et la masse volumique varie selon la loi :

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{X}{2L_0} \right) \sin \frac{U_0 t}{L_0} \quad \left(\frac{L_0}{U_0} \frac{\pi}{2} > t \geq 0, 0 \leq X \leq L_0 \right)$$

(X) est mesurée le long de l'axe du tube circulaire, et U_0 est la vitesse de référence de l'écoulement. Trouvez la différence dans le débit massique entre l'entrée et la sortie du tube à n'importe quel temps.

