T.Y

Département de Génie Mécanique
Faculté de Technologie
Université A. Mira, Bejaia

Concours d'accès au doctorat 3ème cycle en Mécanique
Epreuve de Méthodes numériques
10 septembre 2012
Durée 1h30

Exercice n°1 : (points)

On cherche à discrétiser le problème aux limites, suivant :

E.D.P. : $-u''(x) + c(x)\,u(x) = f(x)$ $\qquad 0 < x < 1,$

C.L. : $u(0) = u(1) = 0,$

où c est une fonction de x. On se donne un pas du maillage constant $h = \Delta x = 1/(N)$ (où N est le nombre d'intervalles et $x(i) = i\,\Delta x$, i=0..,N, avec : $x_0 = 0 < x_1 < x_2 < \ldots < x_{N-1} < x_N = 1$). Soit u_i l'inconnue discrète associée au nœud i (i = 1, N-1). On peut obtenir les équations discrètes en approchant u''(x) par quotient différentiel par développement de Taylor, (Méthodes des différences finies) résumé dans le tableau ci-dessous.

1/ quel est le type de cette équation.

2/proposer un schéma aux différences finies du système précédent.

3/ déduire une écriture matricielle de ce système.

Différence CENTREE : Dérivées à l'ordre 2 en h d'une fonction quelconque f

	f_{i-2}	f_{i-1}	f_i	f_{i+1}	f_{i+2}	
$2h\,f'_i$		-1	0	1		$+\,\theta(h^2)$
$h^2 f''_i$		1	-2	1		
$2h^3 f'''_i$	-1	2	0	-2	1	

Exercice n°2

Soit un système d'équations écrit sous forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 4 \\ -4 & -2 & 3 & -7 \\ 4 & 1 & -2 & 8 \\ 0 & -3 & -12 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ -9 \\ 2 \\ 2 \end{Bmatrix}$$

Résoudre en utilisant l'algorithme de la méthode d'élimination de Gauss suivant :

<u>**Algorithme :**</u>

Après chaque élimination (s) d'une variable x_s on a le système : $[A]^{(s)}\,(x) = (b)^{(s)}$

s=1,....4

Les termes modifiés de la matrice $[A]^{(s)}$ sont calculés par :

$$a_{ij}^{(s)} = a_{ij}^{(s-1)} - \left[a_{is}^{(s-1)} / a_{ss}^{(s-1)}\right] a_{sj}^{(s-1)} \qquad i, j = s+1, \ldots, 4$$

$$b_i^{(s)} = b_i^{(s-1)} - \left[a_{is}^{(s-1)} / a_{ss}^{(s-1)}\right] b_s^{(s-1)}$$

<u>**Algorithme de la substitution arrière :**</u>

$$x_n = y_n / U_{nn}$$

$$x_i = \frac{1}{U_{ii}}\left[y_i - \sum_{j=i+1}^{n} U_{ij}\,x_j\right] \qquad i=n-1 \text{ à } 1$$

Bonne chance

<u>**NB : Détailler tous les calculs**</u>