

Date : 22/10/2013  
 Analyse numérique  
 Durée : 1H30

**Concours d'accès en première année  
 doctorat LMD**

**Ex.01 : Méthode de Newton-Raphson (07 points)**

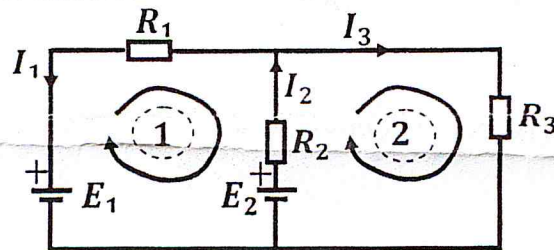
On considère la fonction:

$$F(x) = -x^3 + \cos(x)$$

1. Montrer que l'équation  $F(x) = 0$  a une solution unique dans l'intervalle  $[0, 1]$ .
2. Déterminer une approximation de la solution de l'équation  $F(x) = 0$  avec l'algorithme de **Newton-Raphson** en débutant avec  $x^{(0)} = 0.5$ .
3. Déterminer cette solution avec une précision de  $10^{-2}$  (faire un tableau).

**Ex.02 : Décomposition LU (11 points)**

Soit le circuit de la figure ci-dessous:



1. Appliquer les deux lois de **Kirchhoff** au circuit et mettre les équations obtenues sous la forme :

$$A \cdot X = B$$

où  $X = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$ ,  $R_1 = 2 \Omega$ ,  $R_2 = 5 \Omega$ ,  $R_3 = 10 \Omega$ ,  $E_1 = 20 V$ ,  $E_2 = 70 V$

On demande de déterminer les intensités des courants  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  par une technique basée sur la décomposition de la matrice  $A$  en un produit de deux matrices  $L$  et  $U$ .

2. Effectuer une factorisation **LU** de la matrice  $A$ .
3. En déduire la solution du système linéaire  $A \cdot X = B$ .
4. Sans calculer  $A^2$ , résoudre le système linéaire  $A^2 \cdot Z = B$ .

**Ex.03 : Formule des trapèzes (02 points)**

Soit la formule:

$$\int_a^{a+h} f(x) dx \approx \alpha \cdot f(a) + \beta \cdot f(a+h)$$

Déterminer  $\alpha$  et  $\beta$  pour que la formule soit exacte pour des polynômes de degré  $n$  inférieur ou égale à 1 ( $n \leq 1$ ).

**Bon courage**