UNIVERSITE DE MOSTAGANEM **Année Universitaire 2016/2017**

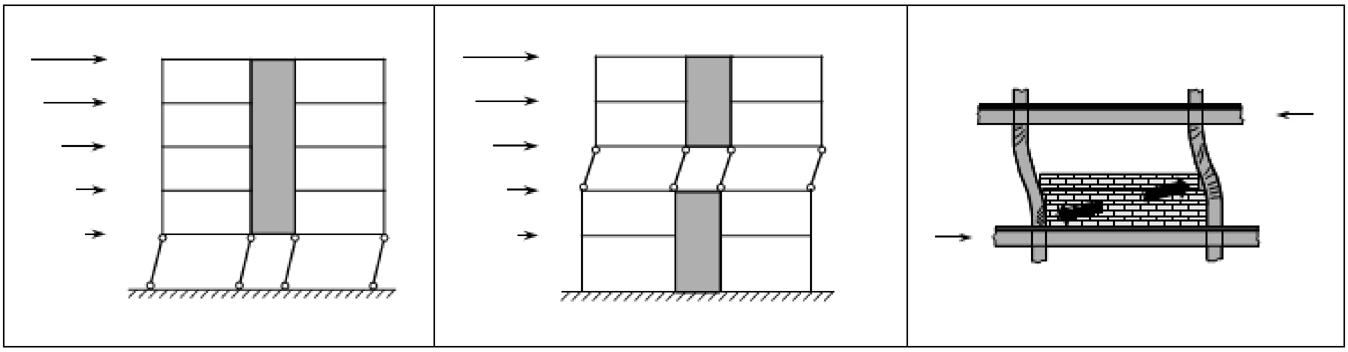
Epreuve : Génie Parasismique

Matière1: Conception et Calcul parasismique, Coef 3, durée 2H

Sujet n°2

Exercice n°01 : (07 pts)

1. Donner la définition d'une force d'inertie. **(02 pts)**
2. Quel le principe de la méthode dynamique modale spectrale ? **(03.5 pts)**
3. Discuter les erreurs de conception parasismique et identifier les éléments de construction présentant des points faibles vis-à-vis de la résistance parasismique des bâtiments montrés ci-dessous : **(1.5 pts)**



Exercice n°02 : (07 pts)

On considère le système amorti, entretenu par une force sinusoïdale comme illustré à la Figure 2. La rigidité équivalente (K_{eq}) du système n'est pas fixée. Trois ressorts sont donc à disposition dont l'arrangement détermine la rigidité équivalente :

- K_1= 3 kN/m
- K_2= 4 kN/m
- K_3= 5 kN/m

Cinq (05) arrangements possibles ont été envisagés (en utilisant les trois ressorts ensemble):

a) Ressorts 1 et 2 en parallèle + Ressort 3 en série
b) Ressorts 1 et 3 en parallèle + Ressort 2 en série
c) Ressorts 2 et 3 en parallèle + Ressort 1 en série
d) Ressorts 1, 2 et 3 en parallèle
e) Ressorts 1, 2 et 3 en série.

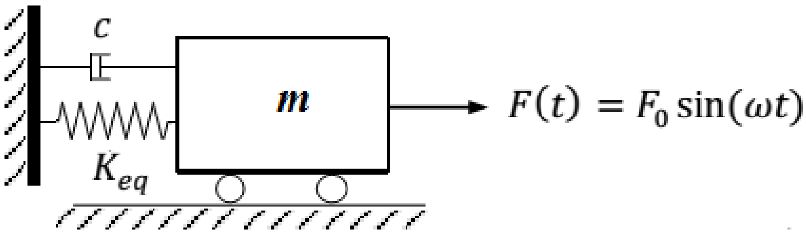


Figure 2 : Système amorti

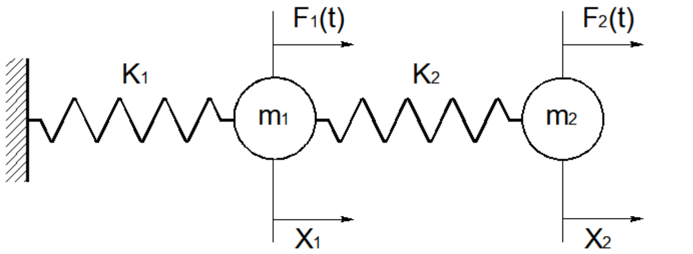
$$m = 200\ kg\ ; c = 10\frac{Ns}{m}; F_0 = 300\ N\ ;\ \omega = 3{,}65\frac{rad}{s}$$

Parmi ces cinq arrangements, déterminer:

1. Quel arrangement des ressorts met le système en résonance. **(03 pts)**
2. Quel arrangement des ressorts minimise le déplacement de la masse. **(02 pts)**
3. Quel arrangement des ressorts minimise la force transmise à la fondation. **(02 pts)**

Exercice n°3 : **(06 Pts)**

Soit un système modélisé non amorti à deux degrés de liberté (X_1 et X_2), comme l'illustre le schéma ci-dessous, soumis à un chargement dynamique quelconque $F_1(t)$ et $F_2(t)$.



1. Donner les équations de mouvement de ce système **(03 pts)**
2. Etablir la matrice de rigidité et la matrice de masse. **(03 pts)**

Rappels:

k : rigidité [N/m

M : masse [kg]

c : constante d'amortissement [N s / m]

ω_n : pulsation ou fréquence circulaire [rad/s]

$$\omega_d = \sqrt{\omega_n^2 - \lambda^2} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} : \quad \text{pseudo-pulsation[rad/s]}$$

$\lambda = c / 2m$: facteur d'amortissement [1/s]

$\zeta = \lambda / \omega_n$: coefficient d'amortissement [-] ≡ fraction d'amortissement critique

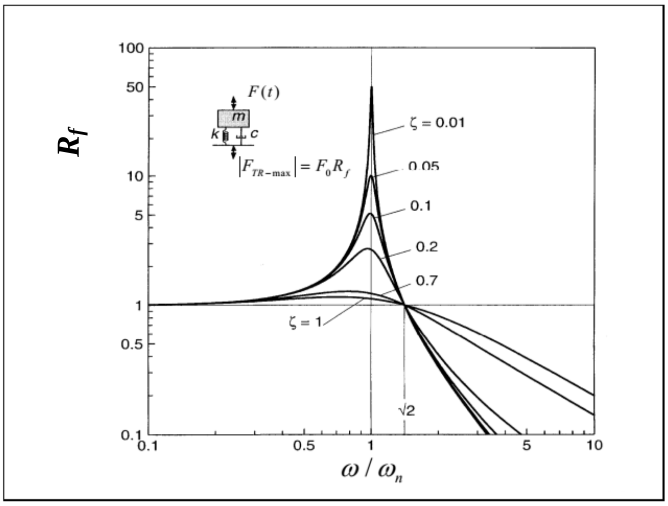
$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$: Facteur de l'amplification dynamique

$$R_f = \frac{\sqrt{1+4\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^2}}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$: Coefficient d'amplification R_f lié au support

$$R_f = D\sqrt{1 + \frac{4\lambda^2\omega^2}{\omega_n^4}}$$

Force transmise du système au support $F_{TR\text{-}max}$

(Transmittance)



UNIVERSITE DE MOSTAGANEM Année Universitaire 2016/2017
Epreuve : Génie Parasismique
Matière1: Conception et Calcul parasismique, Coef 3, durée 2H

Sujet n°2_CORRECTION

Exercice n°01 : (07 pts)

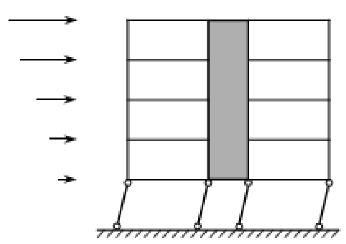
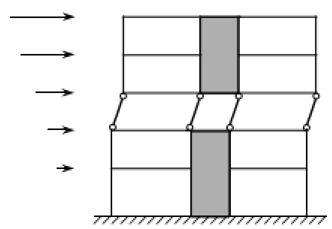
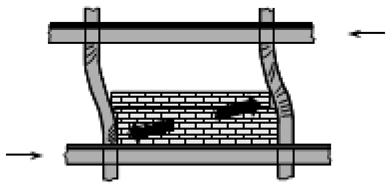
1. Donner la définition d'une force d'inertie. **(2 pts)**

Rép. :
La masse en mouvement développe une force d'inertie, proportionnelle à l'accélération, qui s'oppose à la force qui la produit (par exemple le séisme) :

2. Quel le principe de la méthode dynamique modale spectrale ? **(3.5 pts)**

Rép. :
Par cette méthode, il est recherché pour chaque mode de vibration, le maximum des effets engendrés dans la structure par les forces sismiques représentées par un spectre de réponse de calcul. Ces effets sont par la suite combinés pour obtenir la réponse de la structure.

3. Discuter les erreurs de conception parasismique et identifier les éléments de construction présentant des points faibles vis-à-vis de la résistance parasismique des bâtiments montrés ci-dessous : **(1.5 pts)**

		
Rép. : **Le premier étage de ce bâtiment constitue un maillon faible en cas de séisme ; les éléments de stabilisation sont présents dans les étages supérieurs, mais absents au rez-de-chaussée où seules des poteaux relativement minces subsistent. Cela entraîne un rez-de-chaussée flexible horizontalement (« soft story ») et conduit au dangereux mécanisme de poteaux (mécanisme d'étage). (0.5 pts)**	***Rép. :*** **On se trouve ici dans le cas de la présence d'un étage supérieur flexible où la stabilisation horizontale est affaiblie ou même totalement absente, cela entraîne un étage flexible et par conséquent un mécanisme de rupture dangereux (mécanisme d'étage). (0.5 pts)**	***Rép. :*** **Le remplissage des cadres par de la maçonnerie a une conséquence extrêmement défavorable dans le cas de séisme pour deux raisons liées au comportement très différentes de la construction : les cadres sont souples et plus ou moins ductiles, la maçonnerie est rigide et en même temps fragile. Au début du fonctionnement, la maçonnerie reprend presque toutes les forces sismiques, mais après elle s'écroule souvent par compression oblique ou glissement. L'on peut aussi prédire un cisaillement brusque des piliers par la maçonnerie. (0.5 pts)**

EXERCICE N°2: (07 pts)

On considère le système amorti, entretenu par une force sinusoïdale comme illustré à la Figure 2. La rigidité équivalente (Keq) du système n'est pas fixée. Trois ressorts sont donc à disposition dont l'arrangement détermine la rigidité équivalente:

- K_1= 3 kN/m
- K_2= 4 kN/m
- K_3= 5 kN/m

Cinq (05) arrangements possibles ont été envisagés (en utilisant les trois ressorts ensemble):

a) Ressorts 1 et 2 en parallèle + Ressort 3 en série
b) Ressorts 1 et 3 en parallèle + Ressort 2 en série
c) Ressorts 2 et 3 en parallèle + Ressort 1 en série
d) Ressorts 1, 2 et 3 en parallèle
e) Ressorts 1, 2 et 3 en série.

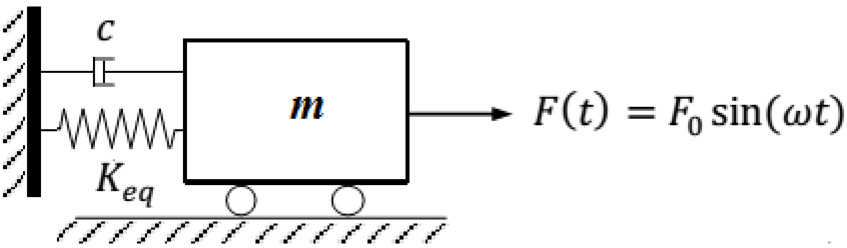


Figure 3 : Système amorti

$$m = 200\ kg\ ; c = 10\frac{Ns}{m}; F_0 = 300\ N\ ;\ \omega = 3{,}65\frac{rad}{s}$$

Parmi ces cinq arrangements, déterminer :

1. Quel arrangement des ressorts met le système en résonance.

Les rigidités équivalentes peuvent être calculées ainsi : **(03 pts)**

$$K_a = \frac{(K_1+K_2)K_3}{K_1+K_2+K_3} = 2916,7\ N/m$$ **(0.25 pt)**

$$K_b = \frac{(K_1+K_3)\ K_2}{K_1+K_2+K_3} = 2666,7\ N/m$$ **(0.25 pt)**

$$K_c = \frac{(K_2+K_3)K_1}{K_1+K_2+K_3} = 2250\ N/m$$ **(0.25 pt)**

$$K_d = K_1 + K_2 + K_3 = 12000\ N/m$$ **(0.25 pt)**

$$K_e = \frac{K_1\ K_2 K_3}{K_1\ K_2 + K_1\ K_3 + K_2 K_3} = 1276,6\ N/m$$ **(0.25 pt)**

$$\lambda = \frac{c}{2m} = 0,025\ rad/s$$

Il faut trouver la rigidité qui donne une pulsation la plus proche de la pulsation ω :

$$\omega_{n,a} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}} = 3,82\frac{rad}{s} \quad \rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_n} = 0,96\ , \quad \xi = \frac{\lambda}{\omega_n} = 0,007$$ **(0.25 pt)**

$$\omega_{n,b} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}} = 3,65\ \frac{rad}{s} \quad \rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_n} = 1 \quad , \quad \xi = \frac{\lambda}{\omega_n} = 0,007$$ **(0.25 pt)**

$$\omega_{n,c} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}} = 3,35\ \frac{rad}{s} \quad \rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_n} = 1,09 \ , \quad \xi = \frac{\lambda}{\omega_n} = 0,007$$ **(0.25 pt)**

$$\omega_{n,d} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}} = 7,75\ \frac{rad}{s} \quad \rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_n} = 0,47 \ , \quad \xi = \frac{\lambda}{\omega_n} = 0,003$$ **(0.25 pt)**

$$\omega_{n,e} = \sqrt{\frac{K_{eq}}{m}} = 2.53\frac{rad}{s} \quad \rightarrow \quad \frac{\omega}{\omega_n} = 1.44 \ , \quad \xi = \frac{\lambda}{\omega_n} = 0,001$$ **(0.25 pt)**

C'est l'arrangement b (Ressorts 1 et 3 en parallèle + Ressort 2 en série) qui met le système en résonance. **(0.5 pt)**

2. Quel arrangement des ressorts minimise le déplacement de la masse. **(02 pts)**

$$x_{max} = \frac{F_0}{k_{eq}} D = \frac{\frac{F_0}{K_{eq}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

Les arrangements a, b et c sont trop proches de la résonnance pour pouvoir minimiser le déplacement. **(0. 5 pt)**

Développons l'équation de x_{max}:

$$x_{max} = \frac{\frac{F_0}{K_{eq}}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\frac{K_{eq}}{m}}\right)^2 + 4\left(\frac{\lambda}{\sqrt{\frac{K_{eq}}{m}}}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\sqrt{\frac{K_{eq}}{m}}}\right)^2}}$$

$$= \frac{F_0}{k_{eq}\sqrt{\left(1 - \frac{m\omega^2}{K_{eq}}\right)^2 + 4\left(\frac{m\lambda\omega}{K_{eq}}\right)^2}} = \frac{F_0}{\sqrt{\left(K_{eq} - m\omega^2\right)^2 + 4m^2\lambda^2\omega^2}}$$

On voit que x_{max} est inversement proportionnelle à K_{eq}. Donc, le déplacement est minimisé lorsque que la rigidité est maximisée. **(0. 5 pt)**

Donc c'est l'arrangement (d) le plus rigide qui minimise le déplacement de la masse (Ressorts 1, 2 et 3 en parallèle). L'on peut avoir : **(0. 5 pt)**

$$x_{max,\,d} = 0.032\ m$$
$$x_{max,\,e} = 0.219\ m$$ **(0. 5 pt)**

3. Quel arrangement des ressorts minimise la force transmise à la fondation. **(02 pts)**

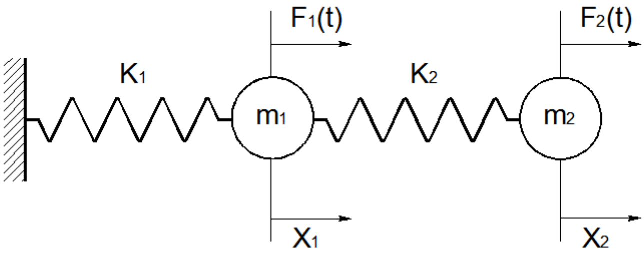
$$\boldsymbol{F_{TR-max} = F_0 R_f = F_0 \frac{\sqrt{1+4(\xi)^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2+4(\xi)^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}}$$

(01 pt)

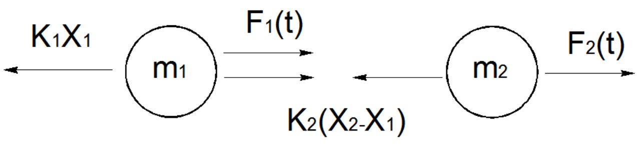
On peut voir sur le graphique de R_f, connaissant ω/ω_n, que c'est l'arrangement le plus souple (e: Ressorts 1, 2 et 3 en série) qui minimise la force transmise à la fondation F_{TRmax} = 279 *N*. (1 pt)

Exercice n°3 : (06 Pts)

Soit un système modélisé non amorti à deux degrés de liberté (X_1 et X_2), comme l'illustre le schéma ci-dessous, soumis à un chargement dynamique quelconque $F_1(t)$ et $F_2(t)$.



1. En appliquant la deuxième de Newton à chaque masse, on obtient :



$$m_1\ddot{X}_1 + K_1X_1 - K_2(X_2 - X_1) = F_1(t)$$ **(1.5 pt)**

$$m_2\ddot{X}_2 + K_2(X_2 - X_1) = F_2(t)$$ **(1.5 pt)**

2. La matrice de rigidité s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix}$$ **(1.5 pt)**

Et la matrice de masse est diagonale sous forme :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}$$ **(1.5 pt)**