

Epreuve Ecrite du Concours d'Accès en 3^{ème} Cycle LMD
Option : Modélisation, Simulation et Calculs Scientifiques Appliqués

Epreuve 2
Méthodes des éléments finis

Date: Mardi 22 Octobre 2013

Durée : 1 Heure 30 Minutes

Time:
(reading time)

Exercice 1 (Sur 10 points) On considère le problème suivant

$$(1) \quad \begin{cases} -\frac{d^2 u(x)}{dx^2} = f(x) & \text{sur }]a, b[\\ \frac{du(a)}{dx} = \frac{du(b)}{dx} = 0. \end{cases}$$

1. Etablir une formulation variationnelle du problème (1), en utilisant la fonction test $v(x)$.
2. Etablir un découpage du domaine $\Omega = [a, b]$ en m sous-domaines élémentaires Ω_i .
3. Discrétiser la forme variationnelle obtenue (En remplace les fonctions u et v par une approximation sur une base de fonctions de forme $(N_i(x))_{i=1..m}$).
4. Donner la forme de la matrice de rigidité $(K_{ij})_{i,j=1..m}$ et le second membre $(F_j)_{j=1..m}$ pour ce problème.
5. Ecrire le problème sous forme matricielle.
6. On déduit l'expression de la solution approchée du problème (1).

Exercice 2 (Sur 10 points) Soit la matrice suivante

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 0 \\ 2 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

1. Donner le polynôme minimal de M , ensuite, trouver les valeurs propres et vecteurs propres.

T.y

—2—

2. Donner le rang de la matrice M , justifier.
3. Dire si M est inversible sans calculer le déterminant.
4. Est ce que la matrice M est orthogonale, justifier.