Ty

Université Abdel Hamid Ibn Badis Mostaganem
Faculté des Sciences et de la Technologie

Epreuve Ecrite du Concours d'Accès en 3ième Cycle LMD

Option : Modélisation, simulations et calculs scientifiques appliqués

Epreuve 1
Méthodes numériques et Équations différentielles

Date: Mardi 22 Octobre 2013

Durée : 1 Heure 30 Minutes

Time:
(reading time)

Exercice 1 (Sur 8 Points) *On considère le problème de valeurs aux limites suivante (de solution $y(t) = 3e^{-2t}\cos(t) + e^{-2t}\sin(t)$) :*

$$(1)\begin{cases} y''(x) + 4y'(x) + 5y(x) = 0 \quad sur \quad]0,1] \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = -5, \end{cases}$$

1. *Ecriture du problème sous forme matricielle : Réécrire l' 'equation différentielle précédente sous la forme d'une équation différentielle d'ordre 1, et de façon matricielle*

$$\begin{cases} Y\prime(x) = P \times Y(x) \\ Y(0) = Y_0. \end{cases}$$

2. *Utilisant le schéma suivant*

$$Y_{n+1} = Y_n + hf(x_n, Y_n),$$

donner une aproximation de la solution de (1), pour un pas $h = 0.2$.

3. *Calculer l'erreur commise par ce schéma.*

Exercice 2 (Sur 4 points) *Soit $\varepsilon > 0$ et*

$$A_\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1+\varepsilon \end{pmatrix}$$

et soit à résoudre le système linéaire

$$A_\varepsilon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ty

Si l'on change légèrement le second membre et on résoud

$$A_\varepsilon \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1+\varepsilon \end{pmatrix}.$$

Commentaire.

Exercice 3 (Sur 8 points) 1. *Réaliser la décomposition LU de la matrice*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 8 \\ -2 & 2 & -5 & -1 \\ 3 & 1 & 8 & 13 \end{pmatrix}.$$

2. *En déduire la solution du système linéaire $Ax = b$ avec*

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

3. *Sans calculer A^2, résoudre le système linéaire $A^2x = b$.*