



Concours d'accès au Doctorat LMD Informatique, 2013/2014
Epreuve Algorithmique Avancé et Complexité

Exercice 1 (6 points) : Problème de la matrice creuse

Soit deux matrices (tableaux à deux dimensions) d'entiers de taille $n \times n$.

1. Ecrire l'algorithme qui réalise la somme des 2 matrices. Calculer, en fonction de n , le coût de cet algorithme en nombre de sommes d'éléments exécutées.
2. Dans le cas où la matrice est creuse, c'est à dire qu'elle contient un grand nombre d'éléments nuls et afin d'optimiser l'espace mémoire, on stocke cette matrice sous la forme d'un ensemble de triplets (valeur; ligne; colonne). Par exemple la matrice :

0	1	2	0	0
1	0	0	0	0
0	0	0	0	2
0	7	5	0	0
0	9	0	0	0

A= représentée par : (1; 1; 2); (2; 1; 3); (1; 2; 1); (2; 3; 5); (7; 4; 2); (5; 4; 3); (9; 5; 2).

3. Donner une structure de données correspondant à la nouvelle représentation d'une matrice.
4. Soit k le nombre d'éléments nuls d'une matrice creuse, à partir de quelle valeur k cette représentation serait meilleure en terme d'espace mémoire que la représentation de la question 1 ?
5. Etant données deux matrices A et B de même dimension n et de nombre d'éléments non nuls respectifs k_1 et k_2 , écrire l'algorithme qui réalise la somme de ces deux matrices représentées par un ensemble de triplets.
6. Calculer le coût au mieux et au pire de cet algorithme et comparer avec le résultat obtenu en question 1.

Exercice 2 (8points): Le problème de la somme d'un sous-ensemble

Soit $E \subseteq \mathbb{N}$ un ensemble fini et $t \in \mathbb{N}$ une valeur cible. On cherche à savoir s'il existe un sous-ensemble $E' \subseteq E$ dont les éléments ont pour somme t .

$E = \{1, 6, 16, 64, 256, 1040, 1041, 1093, 1284, 1344\}$ et $t = 3754$ alors

$E' = \{1, 16, 64, 256, 1040, 1093, 1284\}$ est une solution .

1. Vérifier que l'instance E' est solution de ce problème.
2. Donner l'algorithme de vérification et donner sa complexité.
3. Donner l'algorithme de résolution de ce problème
4. Donner la classe de ce problème. Justifier votre réponse.

Exercice 3 (6 points) : Représentation d'un ensemble d'entiers

Soit E un ensemble d'entiers strictement positifs $E = \{e_1, \dots, e_n\}$ tel que $1 \leq e_i \leq k$.

Exemple $k=20$ et $E = \{1, 7, 11, 14, 17\}$

1. Donner une représentation de E qui permet une recherche en $O(1)$ et écrire l'algorithme de recherche d'une valeur donnée x avec $1 \leq x \leq k$.
2. Ecrire les algorithmes de recherche du successeur de x ainsi que du prédécesseur de x . Donner les complexités respectives.
3. Comment représenter E au mieux si on n'a pas l'hypothèse $1 \leq e_i \leq k$, pour garantir un temps de recherche optimal sans augmenter l'espace occupé ?